

## E a Luz insiste em ser a mais rápida!... (Parte II)

Albino Rafael

Consideremos que um electrão é acelerado a partir do repouso através de uma diferença de potencial de 1,0 MeV.

Atendendo a que  $W_{FNC} = 0 \text{ J}$ , então  $\Delta E_m = 0 \text{ J}$ .

Assim,  $\Delta E_c = -\Delta E_{Pelect}$ .

$$E_c = -q\Delta V$$

$$E_c = 1,6 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^6 = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$$

Como a energia total do electrão é dada por

$$E = E_c + E_0$$

sendo

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{e} \quad E_0 = m_0 c^2 \quad (m_0 \text{ é a massa de repouso})$$

Então,

$$E_c = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad (1)$$

(Afinal  $E_c \neq \frac{1}{2} m v^2$ , ver anexo A)

$$v = c \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 c^2}{E_c + m_0 c^2} \right)^2}$$

$$v = 3 \times 10^8 \sqrt{1 - \left[ \frac{9,11 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2}{1,6 \times 10^{-13} + 9,11 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2} \right]^2} = 2,82 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

(Este valor é, logicamente, inferior à velocidade da Luz. E esta hein (Parte II)!...)

## ANEXO A

$$E_c = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = m_0 c^2 \left[ \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

Considere  $b = -\frac{v^2}{c^2}$

$$E_c = m_0 c^2 \left[ (1+b)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

Expandindo  $(1+b)^{-\frac{1}{2}}$  pelo teorema binomial:

$$(1+b)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)b + \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)}{2!}b^2 + \dots = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \dots$$

Então

$$E_c = m_0 c^2 \left[ \left( 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \dots \right) - 1 \right] = \frac{1}{2}m_0 v^2 + \frac{3}{8}m_0 v^2 \frac{v^2}{c^2} + \dots$$

Se  $v \ll c$  (velocidades não relativistas), os termos a seguir a  $\frac{1}{2}m_0 v^2$  são desprezáveis.

Por isso, no limite clássico,

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

