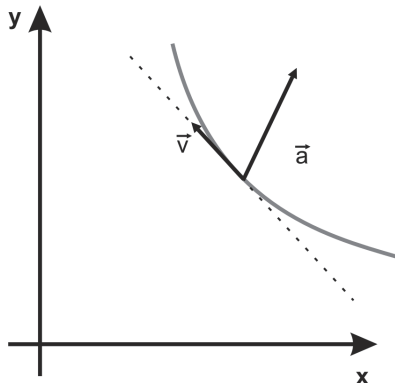


Componentes tangencial e normal do vector aceleração

Albino Rafael

A figura seguinte representa a trajectória de uma partícula.



A velocidade da partícula é um vector tangente à trajectória.

$$\vec{v} = v \vec{e}_t$$

Sendo a aceleração da partícula vem

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt},$$

$$\vec{a} = \frac{d(v \vec{e}_t)}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + v \frac{d\vec{e}_t}{dt}$$

Como a trajectória é curvilínea, a direcção do versor \vec{e}_t não é constante,

assim, $\frac{d\vec{e}_t}{dt} \neq \vec{0}$. (Note que \vec{e}_x e \vec{e}_y são constantes, por isso, $\frac{d\vec{e}_x}{dt} = \vec{0}$ e $\frac{d\vec{e}_y}{dt} = \vec{0}$)

Designemos por θ o ângulo que a tangente à curva, no ponto representado na figura, faz com o eixo dos xx .

Vamos decompor \vec{e}_t e \vec{e}_n segundo as direcções dos eixos dos xx e dos yy .

$$\vec{e}_t = -\cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y$$

$$\vec{e}_n = \sin \theta \vec{e}_x + \cos \theta \vec{e}_y$$

(Note que $\|\vec{e}_t\| = 1$ e $\|\vec{e}_n\| = 1$)

Assim,

$$\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_x + \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_y$$

ou então,

$$\frac{d\vec{e}_t}{dt} = (\sin \theta \vec{e}_x + \cos \theta \vec{e}_y) \frac{d\theta}{dt} = \vec{e}_n \frac{d\theta}{dt}$$

É já sabido que $\frac{d\theta}{dt} = \omega = \frac{v}{R}$

(uma vez que, para pequenas amplitudes, $ds = R.d\theta$ e $\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{1}{R} v$)

Assim, $\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \vec{e}_n \frac{v}{R}$

Substituindo na equação da aceleração, temos

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + \frac{v^2}{R} \vec{e}_n$$

